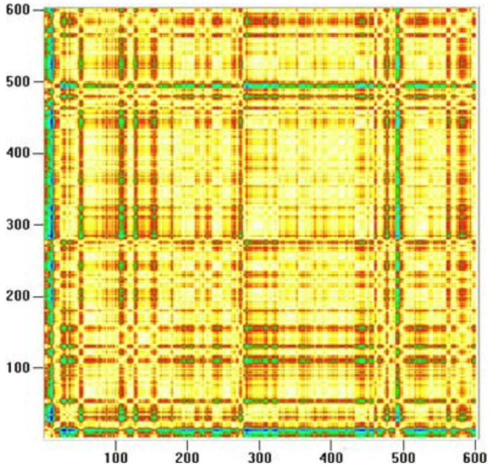
Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Ya hemos dicho que los sistemas pueden clasificarse como determinísticos o aleatorios
  - Los determinísticos pueden ser expresados por una formulación o regla precisa, conocido su estado en un momento dado, podemos conocer su estado futuro
- A su vez los determinísticos pueden ser clasificados como lineales (o no lineales)
  - Su estado en un momento determinado es función lineal (o no) del estado en un momento anterior



Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Un subconjunto de los sistemas determinísticos no lineales son los sistemas caóticos que tienen las siguientes características:
  - comportamiento determinístico y aperiódico
  - dependencia sensible de las condiciones iniciales
  - las trayectorias del sistema tienen bandas permitidas y prohibidas
- Caótico no es un sistema desordenado y azaroso, es un sistema ordenado y complejo

  ➔ Ejemplos de sistemas caóticos: la atmósfera, una colonia de hormigas, actividad cerebral, el sistema circulatorio...

  La idea de pérdida de complejidad como síntoma de enfermedad está siendo demostrada constantemente

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

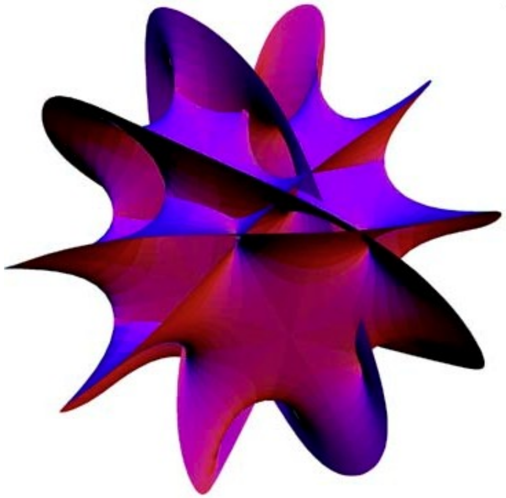
Evidencias de la no linealidad de la VFC

- La teoría determinística caótica es un paradigma eficaz para describir la complejidad inherente a los sistemas biológicos
- Puede explicar la variabilidad organizada en la estructura y función fisiológica
- Diversos experimentos utilizando medidas de análisis no lineal confirman que la VFC es caótica:
  - Fetos normales vs. complicaciones varias: entropía ▼
  - Pacientes antes y después de cirugía cardíaca: si entropía ▼ entonces complicaciones
  - Pacientes sanos y con fallo cardíaco: dimensión ▼

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

Técnicas de Análisis

1. Dimensión Fractal
2. Entropía Aproximada
3. Exponentes de Lyapunov



Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Pretendemos determinar la dinámica de un sistema a partir de una serie temporal medida en dicho sistema
  - En nuestro caso a partir de la Frecuencia Cardíaca
- Ya que el modelo del sistema es desconocido

- Tenemos que reconstruir el espacio de estados

mile
Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Por el teorema de Takens, podemos asegurar que un sistema con n variables de estado está completamente descrito por un vector $v_m(i)$ obtenido por un proceso de expansión a partir una medida x:

  $$v_m(i) = [x(i), x(i + \tau), \ldots, x(i + (m - 1)\tau)]$$

  para $i = 1, N - (m - 1)\tau$

  siendo $x(i)$ la señal original muestreada

  y N el número total de muestras
- Aunque el sistema reconstruido no es el mismo que el original, sabemos que tiene las mismas propiedades cualitativas si escogemos un $m \geq 2n + 1$

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Por el teorema de Takens:

$$v_m(i) = [x(i), x(i + \tau), \ldots, x(i + (m - 1)\tau)]$$

para $i = 1, N - (m - 1)\tau$

si $m = 2$ y $\tau = 1 / frecuencia\_muestreo$

$v_2(1) = [x(1), x(2)]$

$v_2(2) = [x(2), x(3)]$

$v_2(3) = [x(3), x(4)]$

…

$v_2(N-1) = [x(N-1), x(N)]$

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

- Debemos escoger los valores de m y τ adecuados para realizar una reconstrucción correcta
- Para la determinación de τ se utilizan varios métodos:
  - Uso del primer cero de la función de autocorrelación
  - Uso del primer cero del criterio de información mutua
- En cuanto al valor de m suele venir determinado por su aplicación posterior
  - Se puede calcular por métodos retroalimentados
    - Partimos de un valor de n y suponemos $m \cong 2n + 1$
    - Calculamos la dimensión a partir de m
    - Si no es igual a n, cambiamos n y recalculamos

Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

DIMENSIÓN FRACTAL:

- La dimensión de la representación de los puntos del vector v_m en el espacio de estados es un buen indicador de la complejidad del sistema
  - una dimensión baja indica sistema determinístico
  - una dimensión alta sugiere comportamiento aleatorio
  - una dimensión baja y no entera sugiere un sistema caótico
- No debe ser usada como indicador único
- El método más usado es el de Grassberger y Procaccia

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

DIMENSIÓN FRACTAL:

- Método de Grassberger y Procaccia
  - para cada punto ***i*** se calcula la proporción de puntos en el espacio ***m***-dimensional que distan de $v_m(i)$ menos que ***r***
  - a esto se le llama la integral de correlación

$$C^m(r) = \sum_{i=1}^{N} C_i^m(r)$$

  - la dimensión se define como

$$dim^m(r_a, r_b) = \frac{ln(C^m(r_b)) - ln(C^m(r_a))}{ln(r_b) - ln(r_a)}$$

mile

Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

DIMENSIÓN FRACTAL:

- La elección de parámetros para calcular la dimensión fractal en una señal de Frecuencia Cardíaca es
  - ***$m = 10$***
  - ***$\tau = 3$ segundos***
  - $r_a = r$ tal que $C_{10}(r) = 0.005$
  - $r_b = r$ tal que $C_{10}(r) = 0.75$

mile
Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

ENTROPÍA:

- Aunque no conozcamos con seguridad el modelo del sistema, o no podemos establecer claramente que tipo de sistema es…
- La entropía nos da una medida de la complejidad del mismo
- Permitiendo distinguir entre diferentes sujetos en cuanto a posibles enfermedades que den como resultado la reducción de complejidad
- La entropía aproximada es una de la más utilizadas, ya que permite realizar un cálculo menos costoso computacionalmente y se ha demostrado que es un buen índice de complejidad

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

ENTROPÍA APROXIMADA:

- Se basa en el cálculo de la integral de correlación, que ya vimos antes, promediada según la fórmula:

$$\phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m+1} ln(C_i^m(r))$$

- La entropía aproximada se define como:

$$\mathrm{ApEn}^m(r) = \phi^m(r) - \phi^{m+1}(r)$$

m = 2, τ = 0.8 segundos***, r = 0.2 * SD*** de la FC muestreada

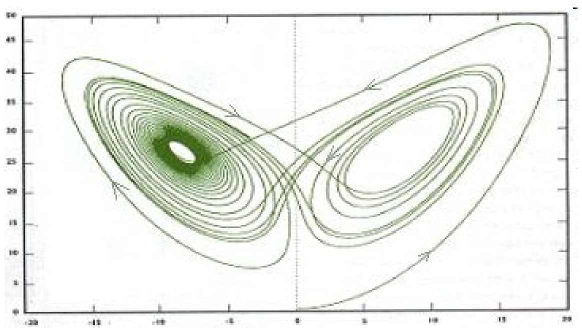
- Mide la probabilidad (logarítmica) de que patrones que están cercanos para ***m*** observaciones permanecen cercanos en las siguientes comparaciones incrementales

Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

EXPONENTES DE LYAPUNOV:

- Cuantifican la divergencia exponencial de trayectorias que ocurre en el espacio de estados de los sistemas caóticos
- Miden la dependencia con respecto a las condiciones iniciales



Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

EXPONENTES DE LYAPUNOV:

- Dada una hiperesfera infinitesimal de radio r_0 en el espacio de estados m-dimensional, tras un tiempo t podríamos describir la relación entre el radio inicial y los radios del elipsoide en sus ejes principales como:

$$r(t) = r_0 e^{L_i t}$$

- Los coeficientes L_i son los exponentes de Lyapunov
- Un L_i positivo significa caos, cuanto mayor sea el exponente más caótico es el sistema
- El algoritmo más utilizado para su cálculo es el desarrollado por Wolf y cols.
  - Sólo calcula el mayor exponente positivo

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

EXPONENTES DE LYAPUNOV:

- El método de Wolf establece:
  - para dos puntos muy cercanos en el espacio $\boldsymbol{x_0}$ y $\boldsymbol{x_0 + \Delta x}$, que son función del tiempo, y cada uno de los cuales genera una órbita propia, la separación de las dos órbitas también será una función del tiempo
  - además también será función del valor inicial
  - para un conjunto de datos caóticos, la razón exponencial media de divergencia es:

$$\lambda = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\Delta \mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t)|}{|\Delta \mathbf{x}|}$$

- El $\boldsymbol{\lambda}$ máximo positivo es elegido como el exponente máximo

Medical Informatics & Learning Environments

Parte V: Análisis no lineal de la VFC

¿CÓMO CALCULAR ESTAS MEDIDAS?

- La mayoría de estas ecuaciones no tienen solución analíticamente, debemos recurrir a técnicas numéricas
- También podemos apoyarnos en trabajos previos que proponen valores para los parámetros necesarios para reconstruir el espacio de estados y calcular estos indicadores
- En R ya tenemos paquetes como:
  - ***fNonlinear***: modelado de series temporales no lineales y caóticas (incluye cálculo del exponente máximo de Lyapunov)
  - ***tseriesChaos***: análisis de series temporales no lineales
  - ***Rtisean***
  - ***entropy***: entropía y estimación de la información mutua

Bibliografía

- John G. Proakis & Dimitris G. Manolakis, *Tratamiento digital de señales*, Pearson Educación, 2007
- Sophocles J. Orfanidis, *Introduction to Signal Processing*, disponible on line, 2010:

  http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/i2sp
- X. Vila, *Análisis de la variabilidad de señales fisiológicas. Integración en un sistema de monitorización inteligente*, Tesis Doctoral, Univ. Santiago de Compostela, 1997
- Task force, *Heart rate variability. standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use*, European Heart Journal, 17:354-381, 1996
- U. Rajendra y col., *Heart rate variability: a review*, Med Bio Eng Comput, 44:1031–1051, 2006

Medical Informatics &
Learning Environments