Parte IV: Análise da VFC no dominio da frecuencia

Índice

- Análise de segmentos estacionarios
  - Método de Welch
- Análise de segmentos non estacionarios
  - Modelado autorregresivo
  - STFT e outras distribucións tempo-frecuencia
  - Wavelets

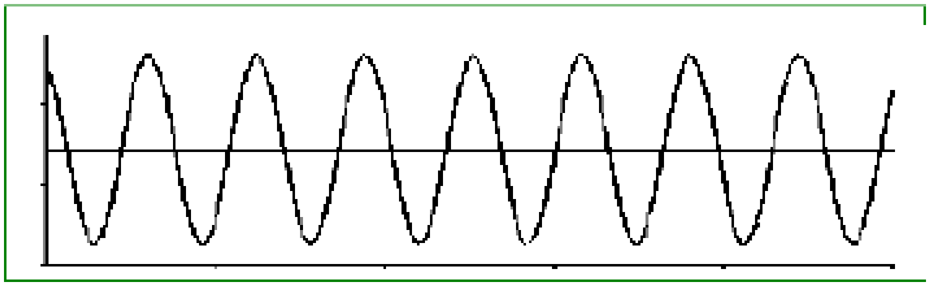
Estimación espectral

- ¿Que temos?
  - x(t)
  - x^2(t)=densidade de enerxía no tempo
- ¿Qué buscamos?
  - X(f)
  - X^2(f)=densidade de enerxía no tempo

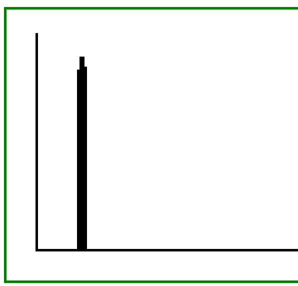
$$E = \int x^2(t)\,dt = \int X^2(f)\,df$$

Medical Informatics & Learning Environments

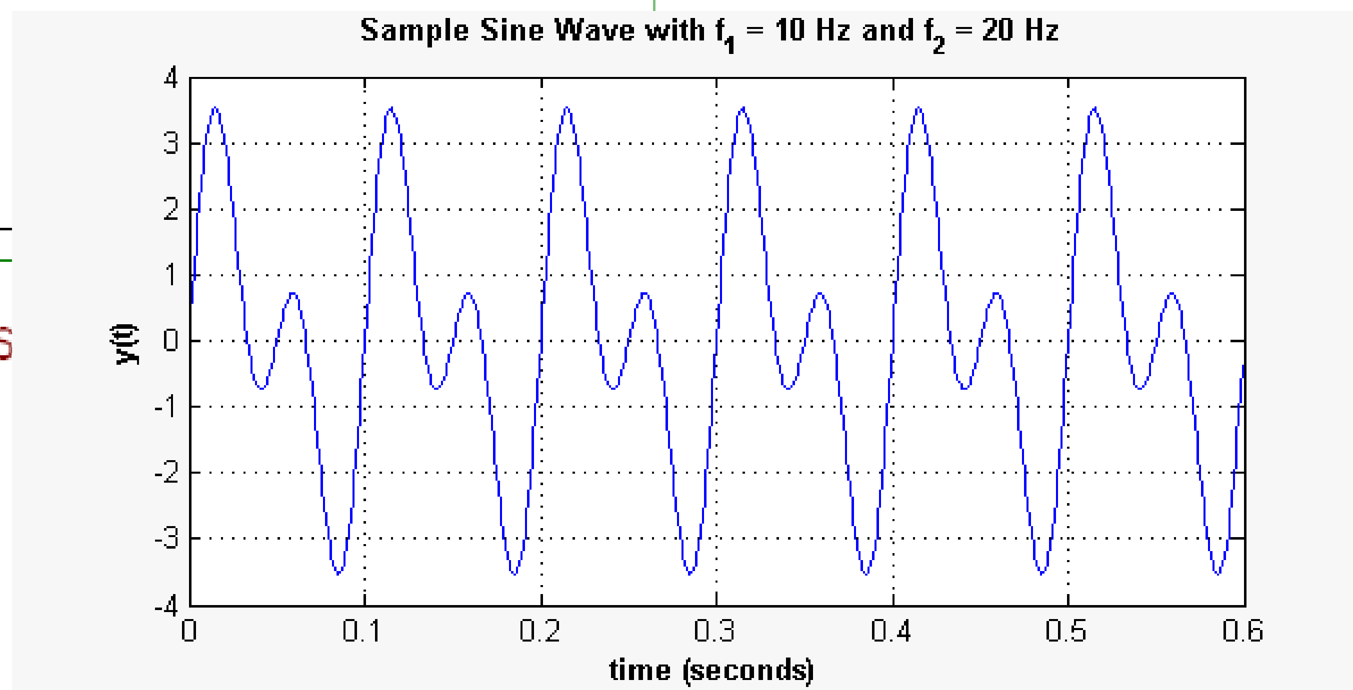
Estimación espectral



Time



The S



Sinal estacionaria

- Transformada de Fourier

$$F(f)=\int_{\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i2\pi f t}\, dt$$

- Periodograma

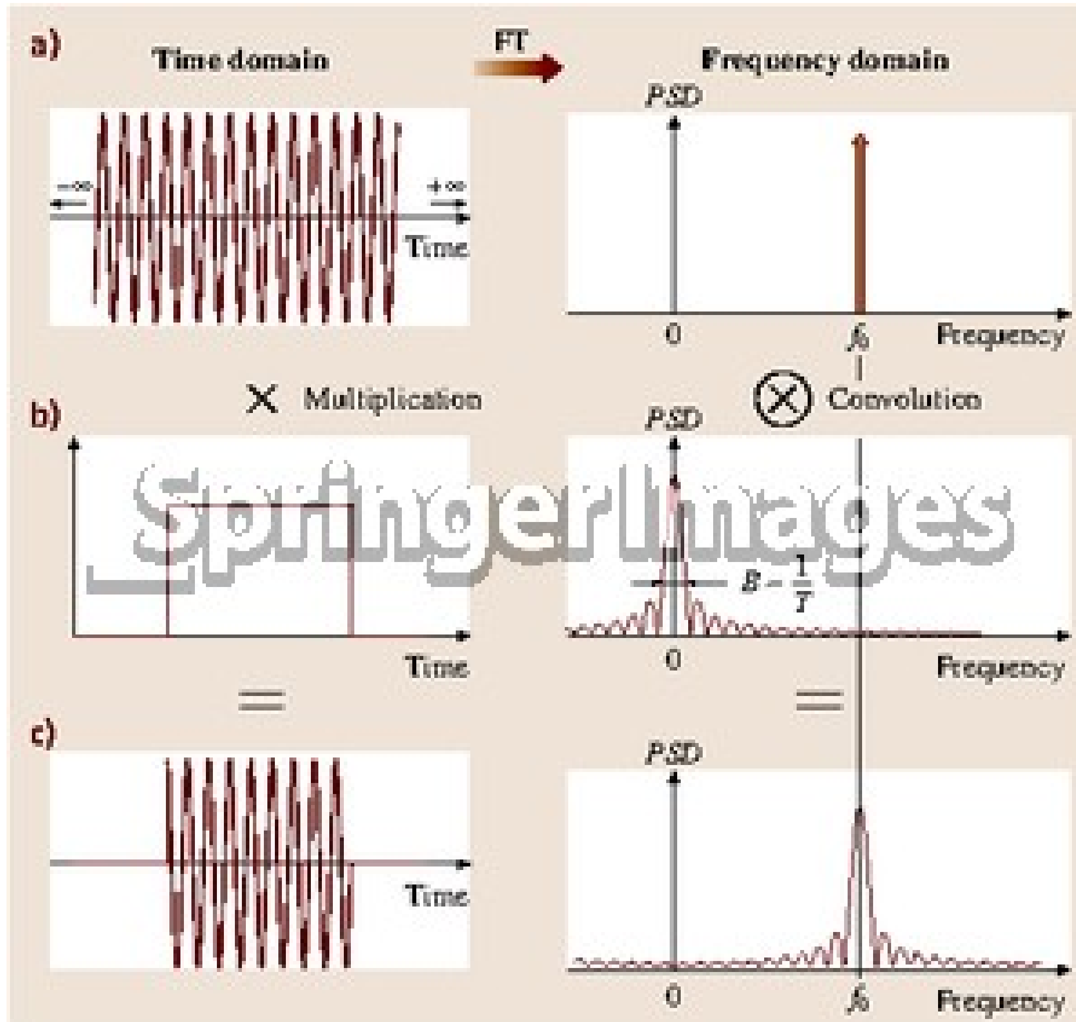
$$Per(f)=\left|X(f)^{2}\right|$$

- ¿Que pasa se o sinal non é infinito?

$$F(f)=\int_{\infty}^{\infty} f(t)\,\omega(t)\, e^{-i2\pi f t}\, dt$$

ω(t)=Ventana

Sinal estacionaria

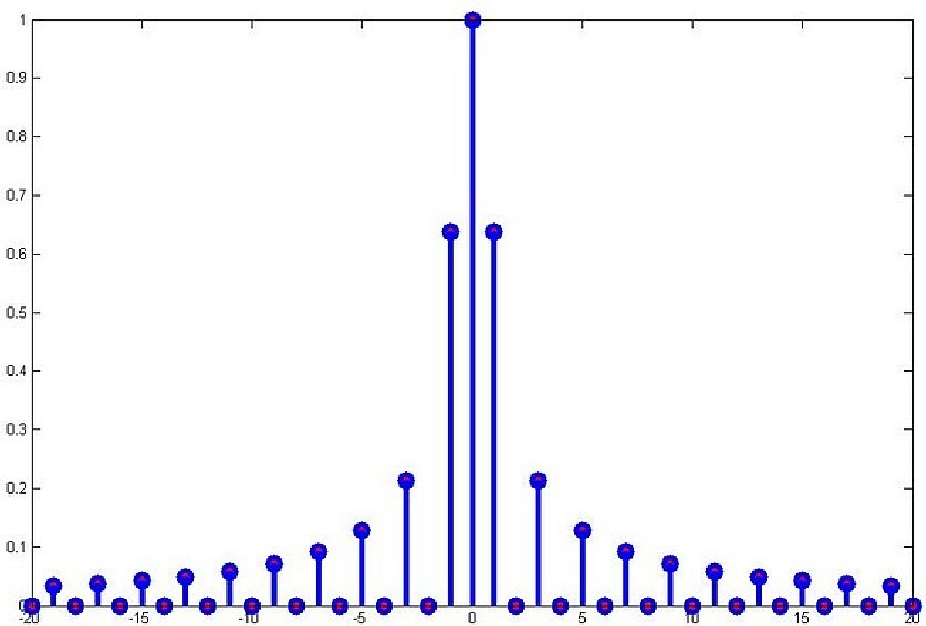


Medical Informatics & Learning Environments

Sinal discreta

- x[n] n=0,1, ..., N-1

$$X[k]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{\frac{2\pi i}{N}kn} \quad k=0,1,\ldots,N-1$$



Separacion entre liñas: **fm/N**

Exemplo:
fm=4Hz
N=480 mostras (2 min)
Sep=0.008 Hz

Problemas do periodograma

- Sesgo ou difusión espectral
  - Solución: empregar ventanas mais “centradas” no tempo: hamming, triangular, ...
- Varianza
  - Mellor ventanas mais “anchas”
  - Para non aumentar o sesgo soense empregar promedios entre varios espectros

Método de Welch

- Divídese o intervalo (lonxitude N) en k subintervalos de lonxitude L
  - Póden solaparse un non.
- Calcúlase o espectro en cada un deses intervalos
- Obtense o promedio
- Vantaxe: disminue a varianza (factor k)
- Inconvinte: disminue a resolución (pasa de fm/N a fm/L)

Practicando

- Escollemos un trozo do sinal de FC
  - data=md$HR[9000:11000]
- Estimamos o espectro
  - espe=spec.pgram(data)
  - espe$freq=espe$freq*4
- Vemos o resultado
  - plot(espe,xlim=c(0,0.5))

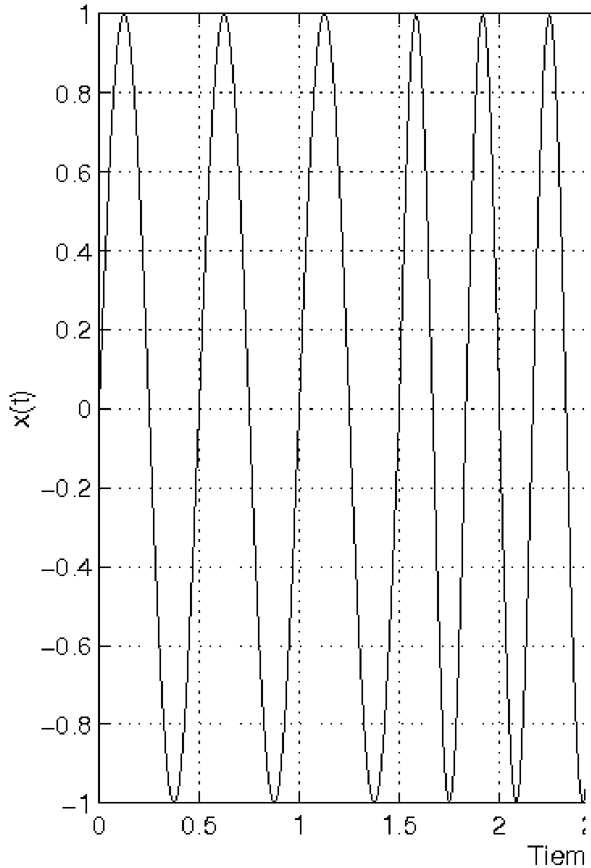
Medical Informatics & Learning Environments

Índice

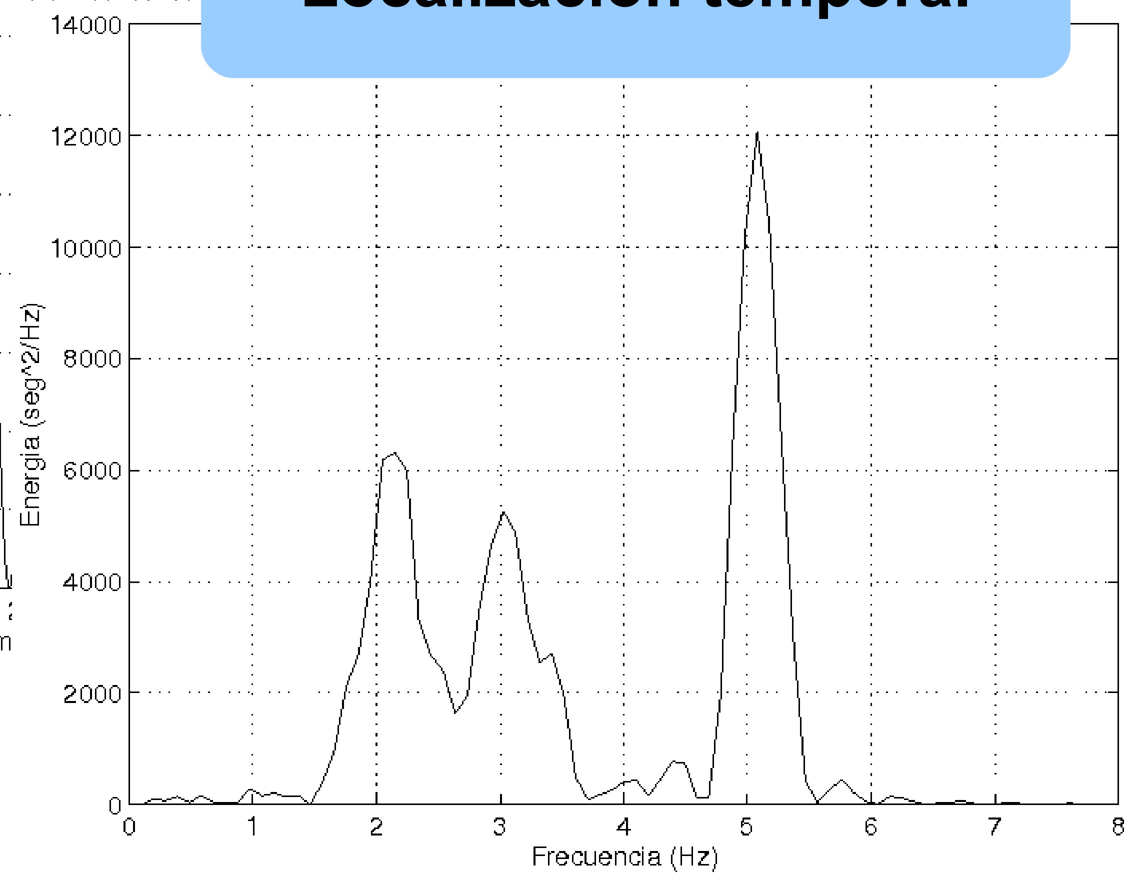
- Análise de segmentos estacionarios
    - Método de Welch
- Análise de segmentos non estacionarios
    - Modelado autorregresivo
    - STFT e outras distribucións tempo-frecuencia
    - Wavelets

Medical Informatics & Learning Environments

Sinais non estacionarias



Localización temporal



¿FFT?

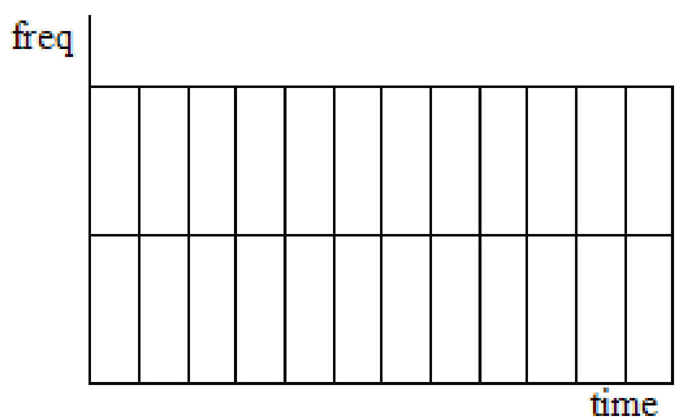
STFT: *short time Fourier transform*

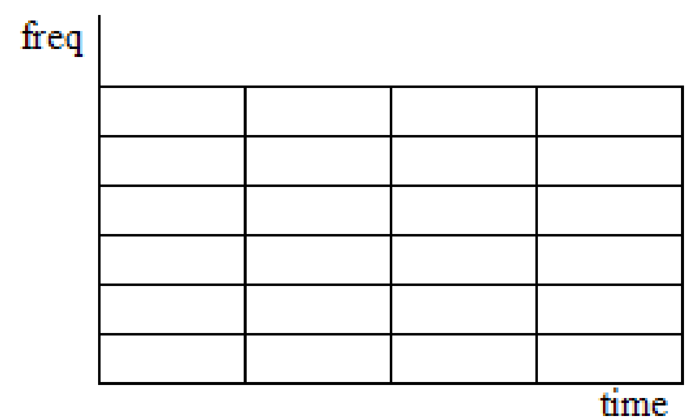
- Sinal x[n] non estacionaria de lonxitude N
  - Se facemos X[f]=fft(x[n]) non temos resolución temporal
- Dividmos x[n] e duas mitades $x_1[n]$ e $x_2[n]$ e facemos a FFT en cada unha.
  - Agora xa temos “algo” de resolución temporal
- Dividmos x[n] en k ventanas consecutivas e facemos a FFT en cada unha delas
  - Resolución temporal dependente do tamaño da ventana

Medical Informatics & Learning Environments

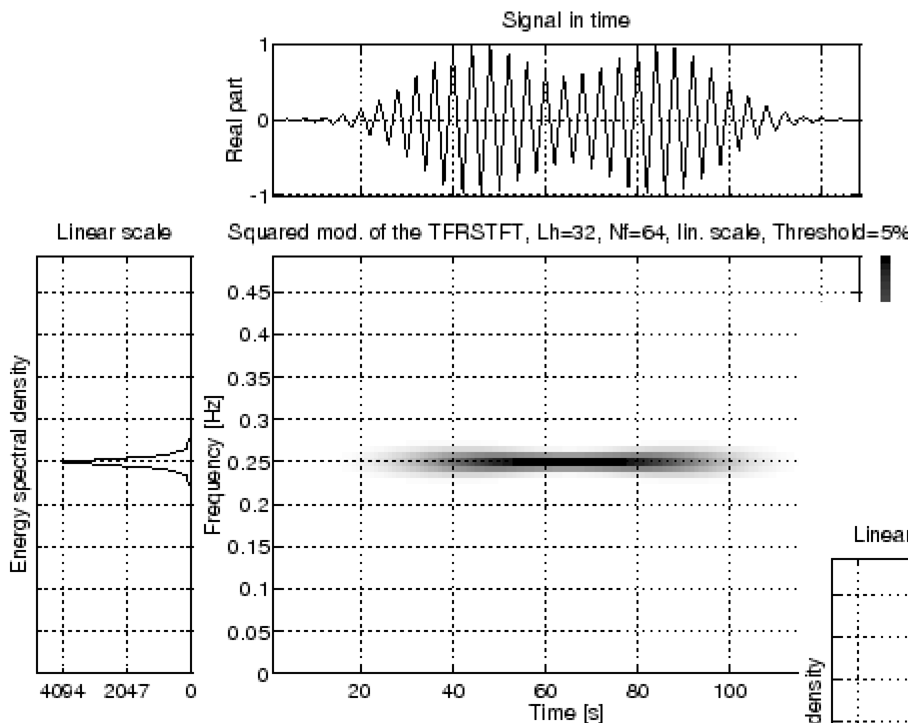
STFT: *short time Fourier transform*

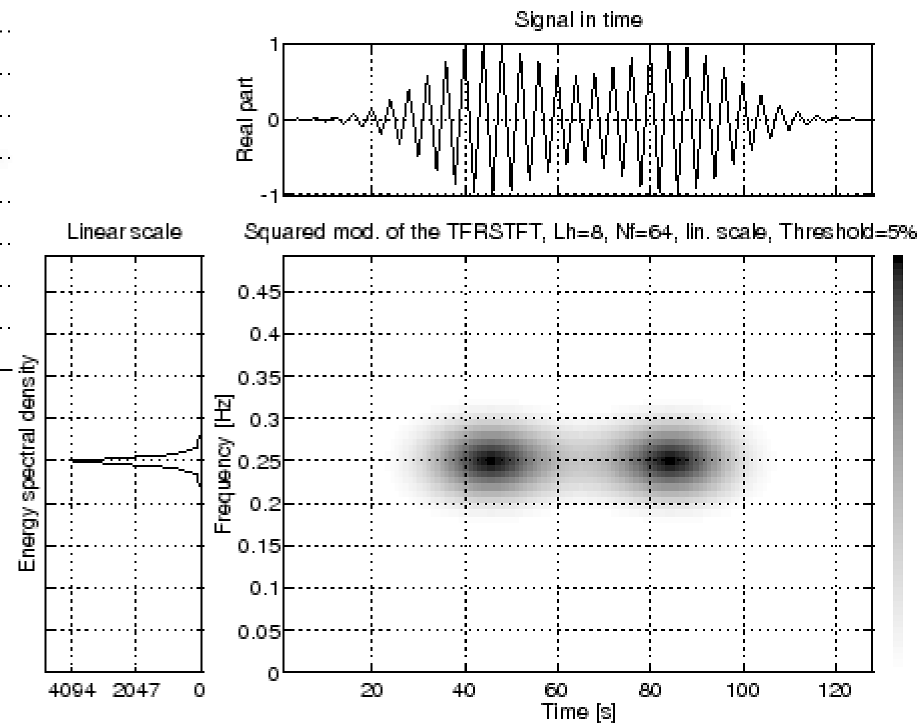
$$STFT[n,f]=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\underbrace{x[m]\omega[m-n]}_{\text{Enventanado}}e^{-je\pi f m}$$





STFT: *short time Fourier transform*





Medical Informatics & Learning Environments

STFT: *short time Fourier transform*

- Compromiso resolución tempo-frecuencia
- Influencia do tipo de ventana
- Suposición: o sinal é “cuasiestacionario” en cada ventana
- Vocabulario:
  - *Windows size*
  - *Shift*
  - *Zero padding*
  - *Length of the FFT*

Practicando

- Obtemos o mapa tempo-frecuencia do rexistro sobre o que estamos traballando
  - Empregamos ventanas de 1 minuto desplazadas 30 segundos.
  - md=PlotSpectrogram(md,size=60, shift=30)
  - md=CreateFreqAnalysis(md)
  - md=CalculatePowerBand(md,1,size=60,shift=30)
  - PlotPowerBand(md,1,hr=TRUE)

Índice

- Análise de segmentos estacionarios
  - Método de Welch
- Análise de segmentos non estacionarios
  - Modelado autorregresivo
  - STFT e outras distribucións tempo-frecuencia
  - Wavelets

Medical Informatics & Learning Environments

Distribucións tempo-frecuencia

$$E=\int x^2(t)\,dt=\int X^2(f)\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(t,f)\,dt\,df$$

Coñecemos os STFT, hai outras opcións?

Distribución de Wigner-Ville

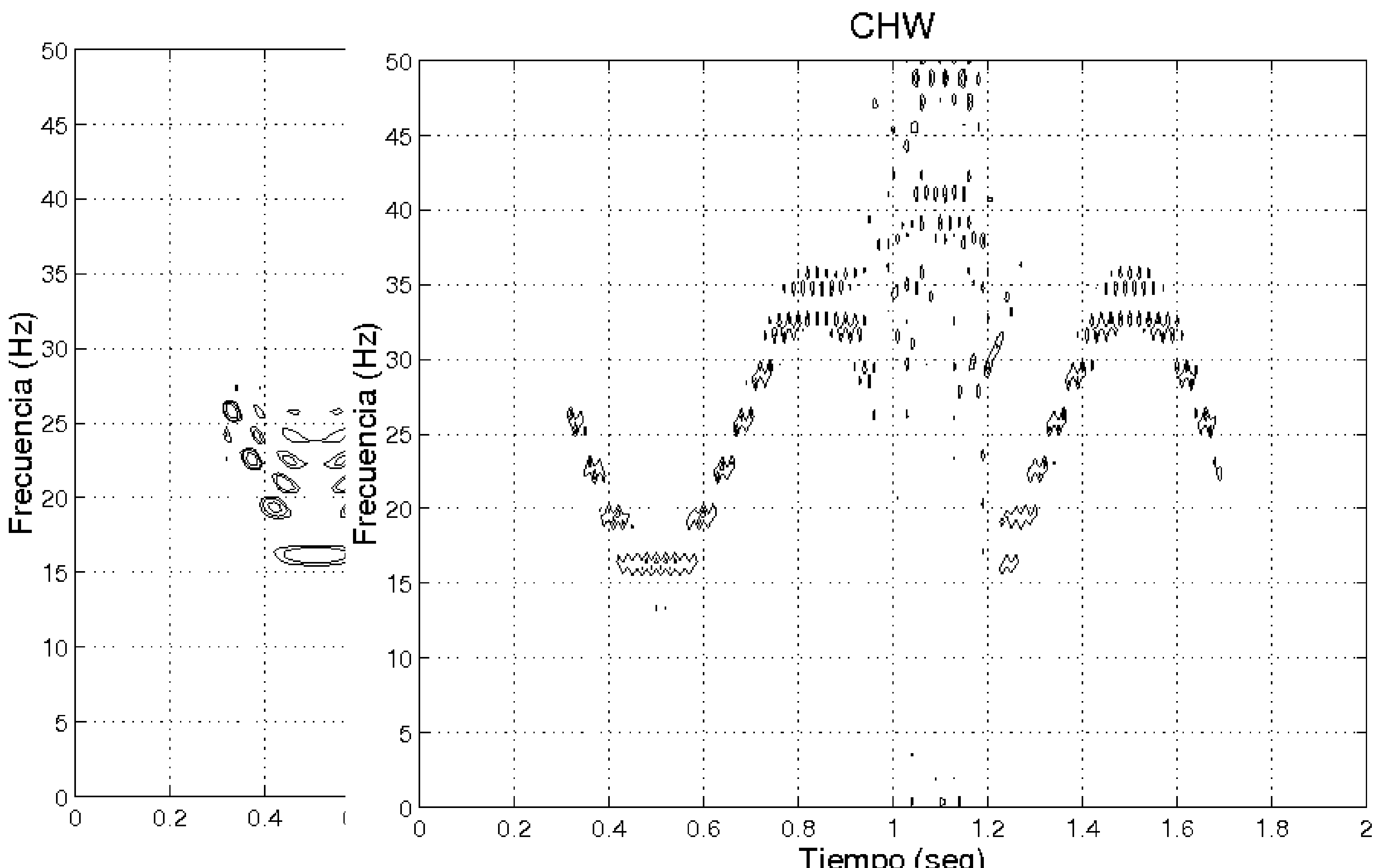
$$WV(t,f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t+\tau/2)\,x(t-\tau/2)\,e^{-j2\pi f\tau}\,d\tau$$

Clase Cohen: Born-Jordan, Choi-Williams, cone-shape kernel, espectrograma, Wigner-Ville, ...

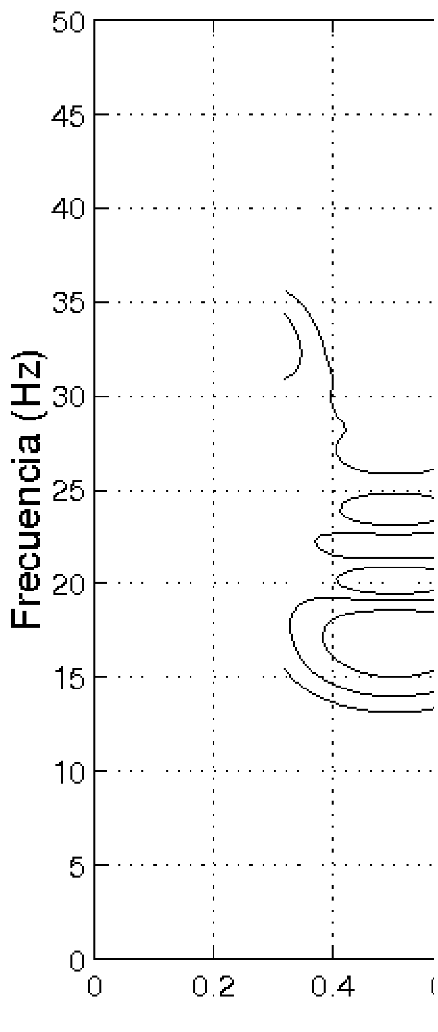
IC-AOK: instantaneous controled adaptative optimal kernel

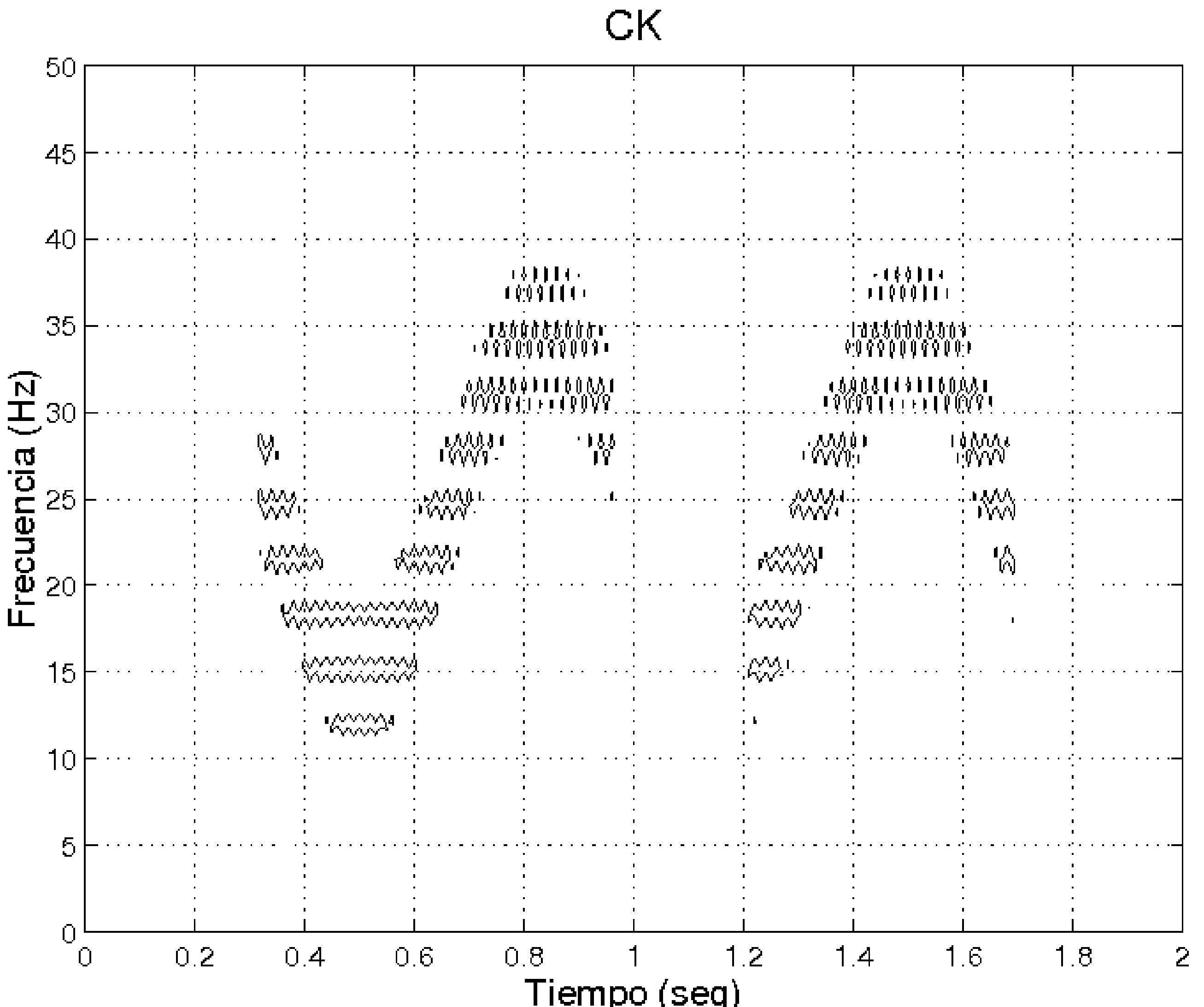
Medical Informatics & Learning Environments

Distribucións tempo-frecuencia

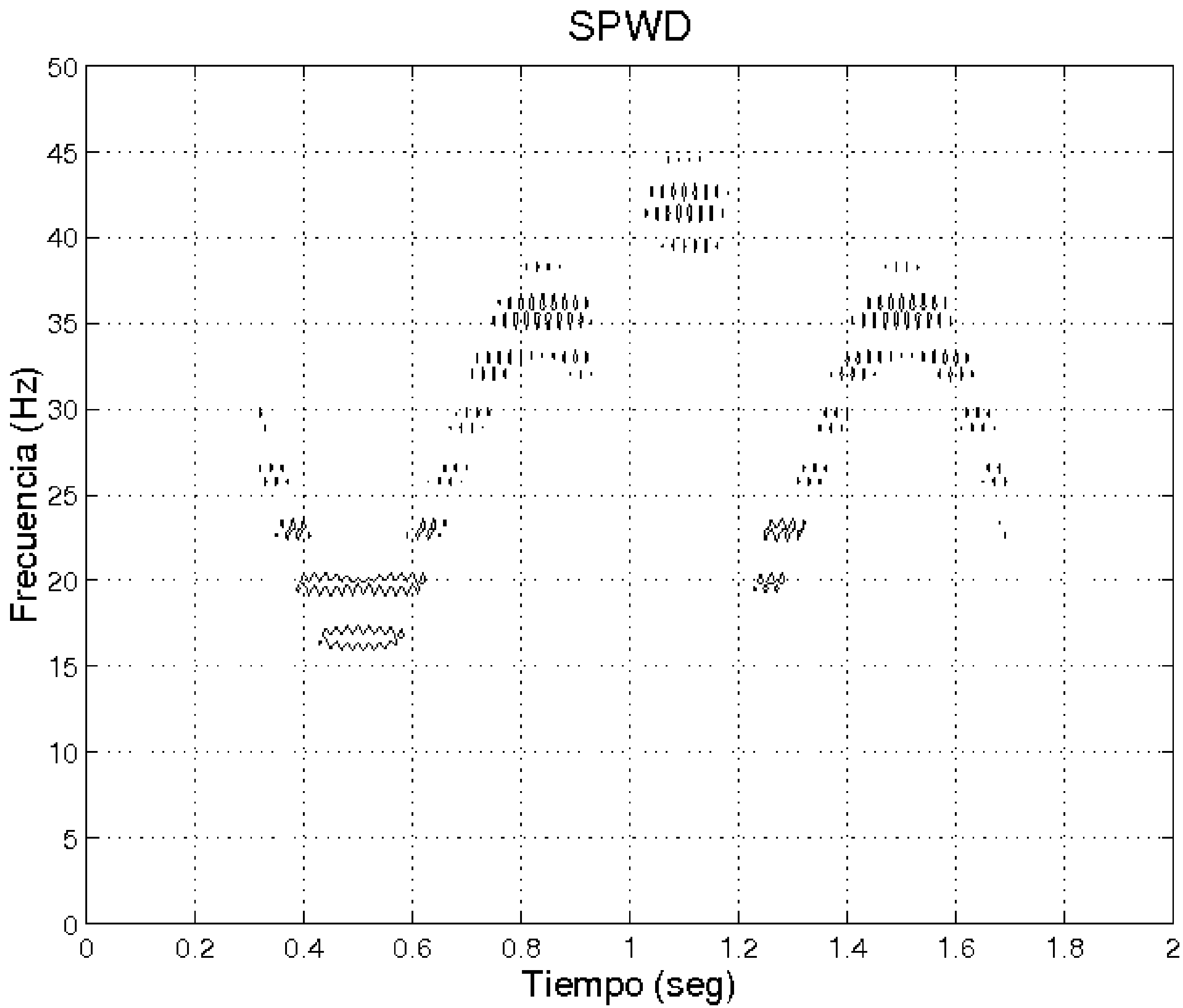


Distribucións tempo-frecuencia





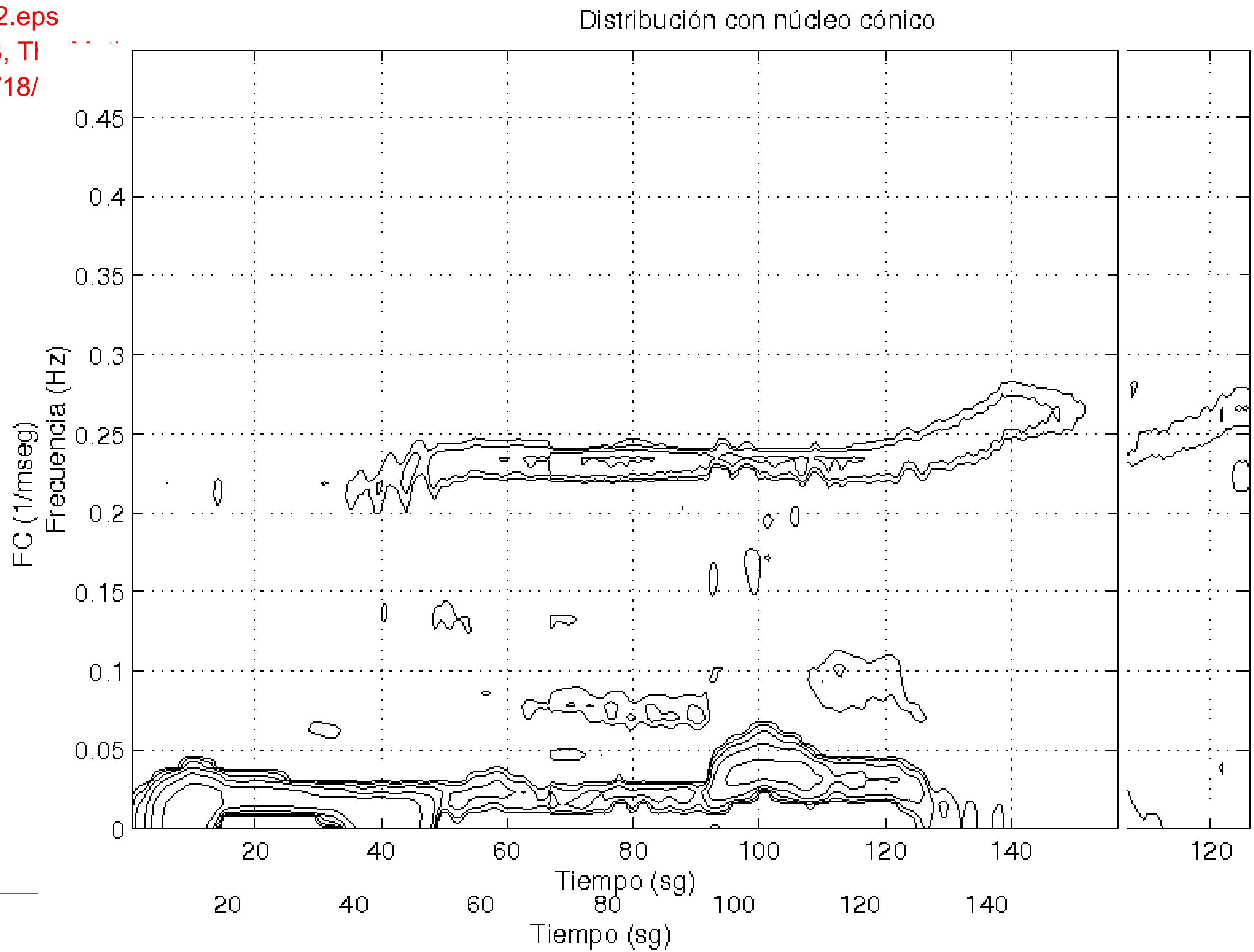
Distribucións tempo-frecuencia



Medical Informatics & Learning Environments

Distribucións tempo-frecuencia

Title:especonefc2.eps
Creator:MATLAB, Tl
CreationDate:09/18/



Índice

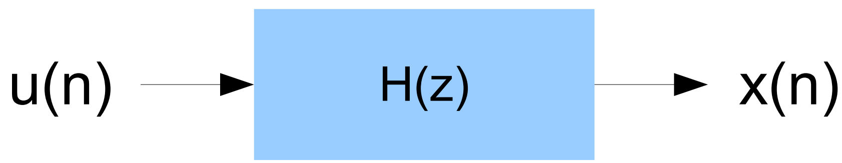
- Análise de segmentos estacionarios
  - Método de Welch
- Análise de segmentos non estacionarios
  - Modelado autorregresivo
  - STFT e outras distribucións tempo-frecuencia
  - Wavelets

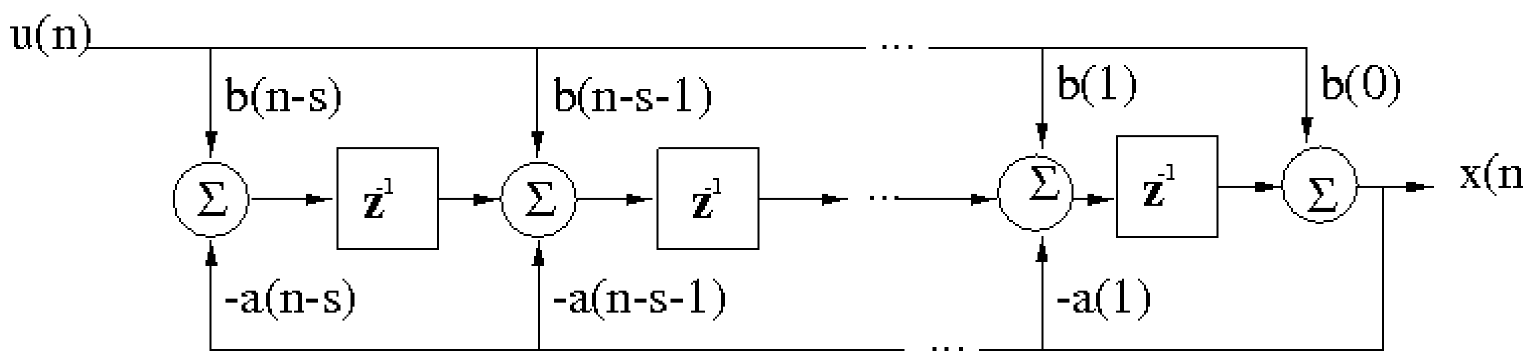
Modelado e FFT

- A transformada de Fourier implica:
  - Supoñer que o sinal é estacionario e está formado por unha combinación liña de sinusoides de distinta frecuencia.
  - Estimar os coeficientes desa combinación liñal.
  - Ese é o espectro do sinal (o peso de cada componente sinusidal
- Problemas:
  - Rixidez do modelo (está fixado o número de sinusiodes e as súas frecuencia)
  - Se o sinal ten ruido deberá ser modelado como combinación de sinusoides.

Modelado autorregresivo

Modelo ARMA (*autoregresive moving average model*)





Se *u(n)*=ruido branco e todos os $b_i=0$ => Modelo AR (autoregresive)

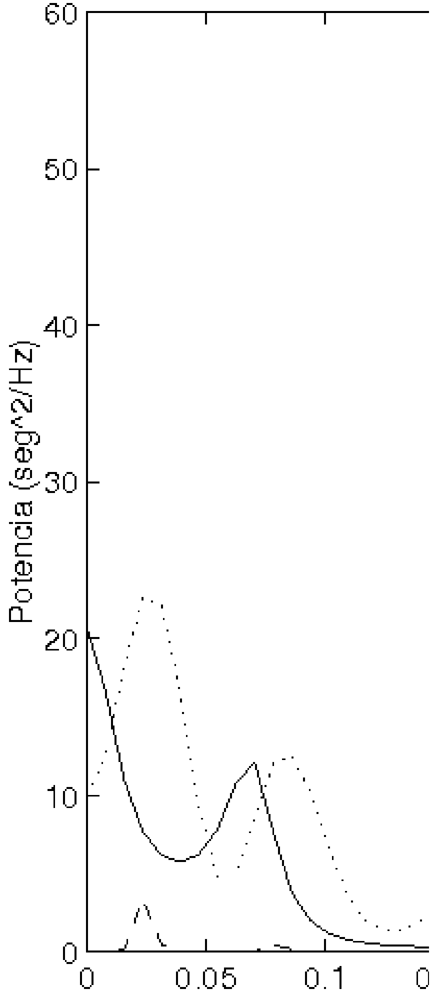
Ou sexa: a saída so depende das saídas previas

Modelado autorregresivo

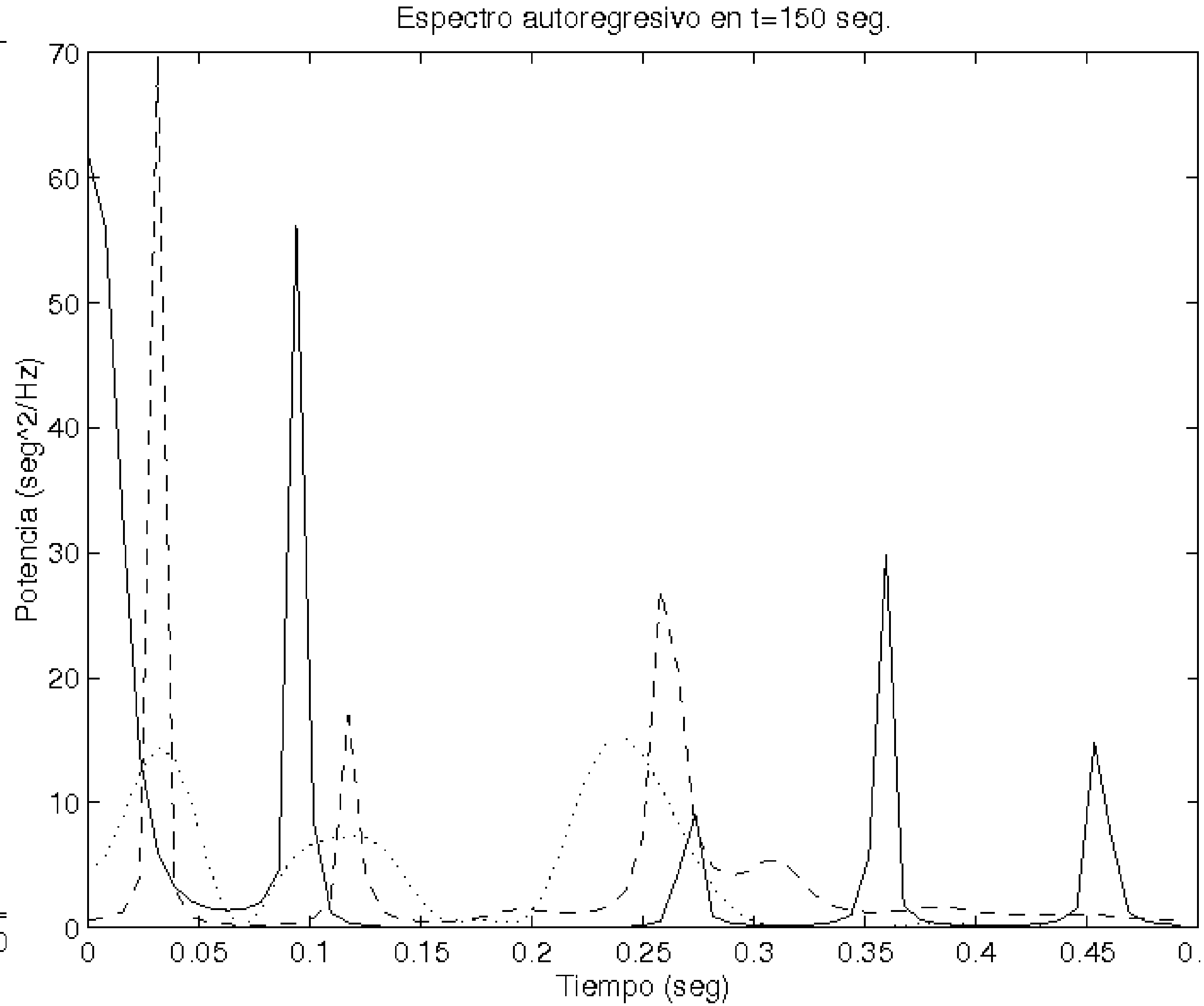
$$x[n]=\sum_{l=1}^{p} a_l\, x[n-l]+u[n]$$

- Orde do modelo (p)?
  - Criterio de información de Akaike ou outros
  - Orde alto: picos espureos
  - Orde baixo: perda de información
- Algoritmos: Levinson-Durbin, Burg, ...
- Vantaxe para a estimación espectral
  - Sinal modelada=sinal continua
  - Espectro con resolución “infinita”
- Inconvinte: gran dependencia da orde do modelo

Modelado autorregresivo



p=20



p=30

Índice

- Análise de segmentos estacionarios
  - Método de Welch
- Análise de segmentos non estacionarios
  - Modelado autorregresivo
  - STFT e outras distribucións tempo-frecuencia
  - Wavelets

FFT e Wavelets

- FFT
  - Sinais de análise: ondas seno de frecuencias variadas
  - Multiplicase o sinal por cada unha desas ondas para obter os diferentes coeficientes
  - Problema: as ondas seno están moi localizadas na frecuenia pero pouco (nada) no tempo
  - Eso obriga a “trucos” como a STFT para poder analizar sinais non estacionarias

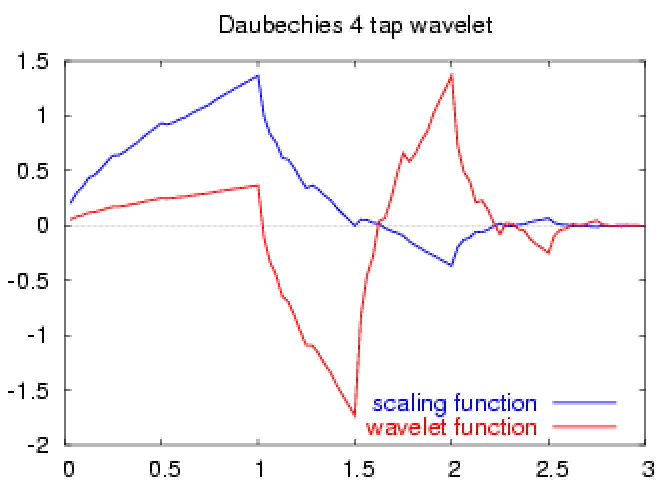
FFT e Wavelets

- Wavelets
  - Onda “base” de análise: unha sinal con boa localización espacio-temporal.
    - Ten que ter un espectro “paso-banda”
  - Esa onda sométese a operacións de compresión-expansión temporal e desplazamento no tempo
  - Consecuencia: o seu espectro será expandido-comprimido consecuentemente e localizado en diferentes instantes temporais
  - Multiplicase o sinal polas diferentes versións comprimidas-expandidas para obter o “espectro”.
    - Que será un mapa tempo-escala (frecuencia)

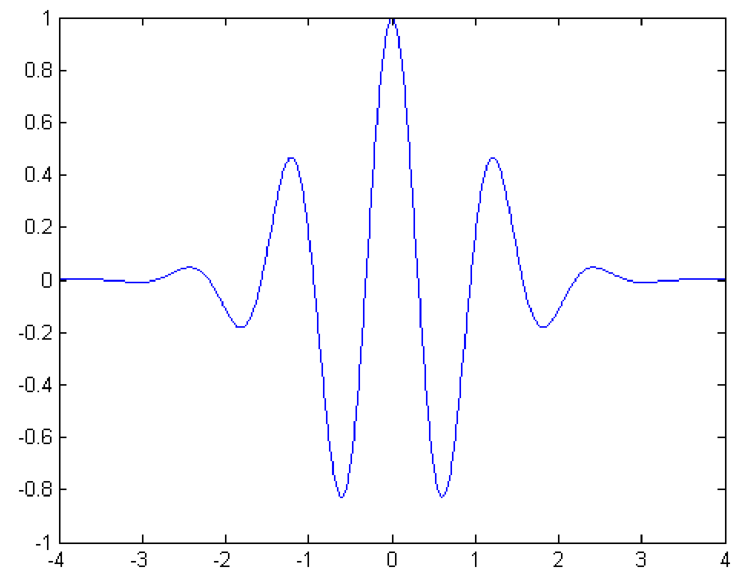
Wavelets

$$\psi_{a,b}(t)=\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

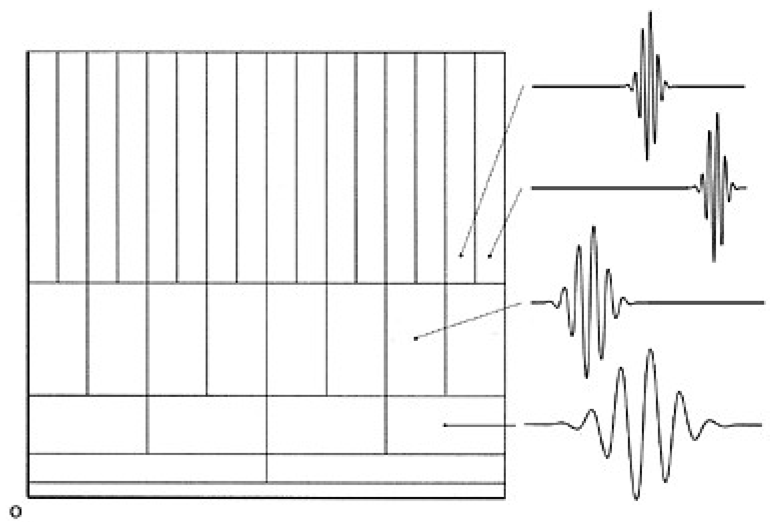
$$WT_x(a,b)=\int x(t)\,\psi_{a,b}(t)\,dt$$



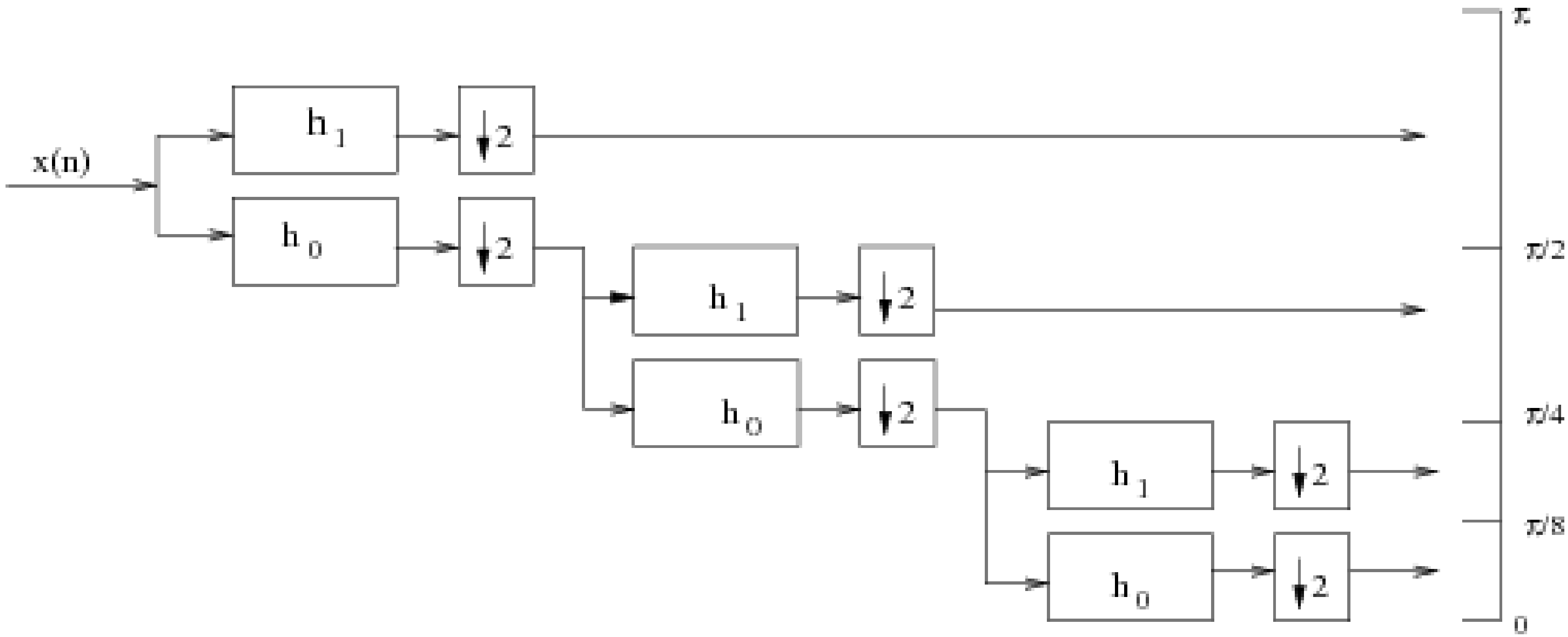
Morlet



Wavelets

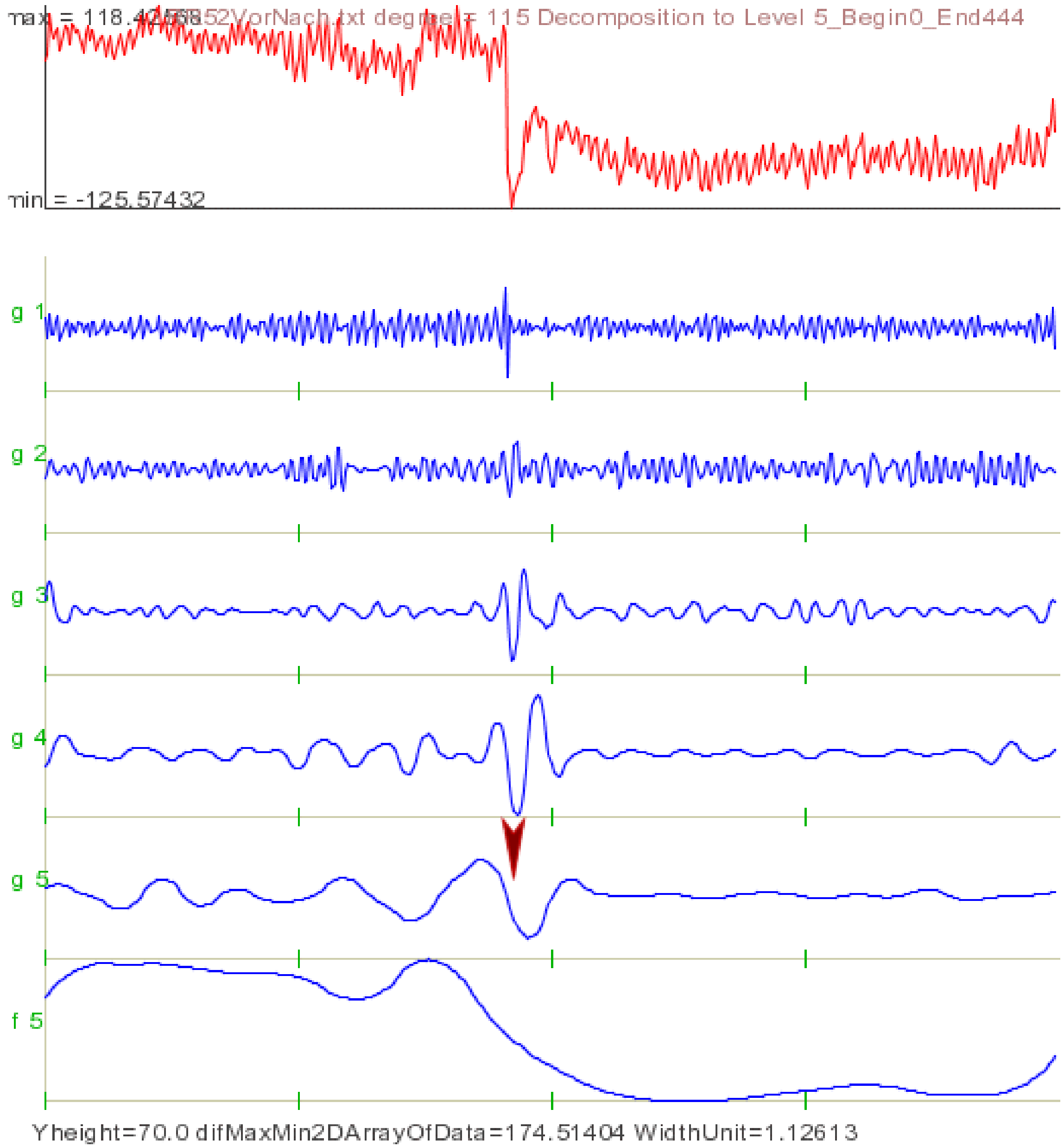


Wavelets e análise multiresolución



Análise da HRV con wavelets

L. Gamero, J. Vila, F. Palacios. *Wavelet Transform Analysis of Heart Rate Variability during Myocardial Ischemia*. Med. & Biol. Eng. & Comput., 40:72-78. 2002. (MBEC2002.pdf)


max = 118.42558
52VorNach.txt degree = 115 Decomposition to Level 5_Begin0_End444
min = -125.57432
g 1
g 2
g 3
g 4
g 5
f 5
Yheight=70.0 difMaxMin2DArrayOfData=174.51404 WidthUnit=1.12613